

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.17 Теория вероятностей, случайные процессы

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2020

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., доцент, Золотов О.А.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Стохастический анализ» относится к базовой части профессионального цикла, предмет ее составляют математические модели случайных явлений, математические методы систематизации, обработки и использования выборочных данных для научных и практических выводов.

Стохастический анализ входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Освоение первой части стохастического анализа (теории вероятностей) необходимо для дальнейшего изучения математической статистики (второй части). Знание стохастического анализа может существенно помочь в научно-исследовательской работе.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачей изучения дисциплины является: подготовка в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для получения профилированного высшего профессионального образования; формирование универсальных и профессиональных компетенций, позволяющих выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	
<b>ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</b>	

ОПК-2.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в	
естествознании, технике, экономике и управлении	
ОПК-2.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естествознании, технике, экономике и управлении	

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>2,89 (104)</b>		
занятия лекционного типа	1,61 (58)		
практические занятия	1,28 (46)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,11 (76)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Случайные события</b>									
	1. Классическое определение вероятности. Предмет теории вероятностей. Понятие статистической закономерности. История возникновения и развития, связь с другими науками. Статистическое определение вероятности. Классическая вероятностная модель для случая равновероятных исходов. Приложения комбинаторики в теории вероятностей.	2							
	2. Основания теории вероятностей. Пространство элементарных событий. Понятие случайного события и его вероятности. Операции над событиями. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Алгебры и $\sigma$ -алгебры. Аксиоматика А.Н. Колмогорова.	2							

3. Определение вероятностного пространства. Классическое и геометрическое вероятностные пространства. Геометрическая вероятность. Задача Бюффона* . Дискретное и непрерывное вероятностные пространства	2							
4. Независимые события. Независимость событий. Условная вероятность. Теорема умножения. Теоремы исчисления вероятностей. Теорема сложения. Формула полной вероятности. Формула Байеса	2							
5. 5. Схемы испытаний. Схемы независимых испытаний. Прямое произведение вероятностных пространств; схема Бернулли. Наиболее вероятное число успехов. Полиномиальная схема. Схемы зависимых испытаний	2							
6. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Теорема Пуассона, локальная* и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Свойства функций $\varphi(x)$ , $\Phi(x)$ , $\Phi_0(x)$ *	2							
7. Классическое определение вероятности			2					
8. Основания теории вероятностей			2					
9. Геометрическое определение вероятности			2					
10. Теоремы исчисления вероятностей			2					
11. Формула Байеса. Формула полной вероятности			2					
12. Схемы испытаний			2					
13. Предельные теоремы			2					
14. Контрольная работа 1			2					
15.							20	

<b>2. Случайные величины</b>								
1. Функция распределения. Понятие случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Дискретные случайные величины. Распределения: вырожденное, Бернулли, биномиальное, пуассоновское, геометрическое и др.	2							
2. Абсолютно непрерывные распределения. Абсолютно непрерывные распределения. Плотность распределения и ее свойства. Распределения: нормальное, равномерное, показательное, Коши и др. Функции одномерной случайной величины.	2							
3. Числовые характеристики одномерной случайной величины. Дисперсия и ее свойства. Начальные моменты. Мода, медиана, коэффициенты асимметрии и эксцесса, квантили. Вычисление математического ожидания и дисперсии для основных распределений	2							
4. Функция от случайной величины. Функции одномерных случайных величин. Преобразование распределений. Параметры сдвига и растяжения	2							
5. Производящие и характеристические функции. Определения и свойства производящих функций. Преобразование Лапласа. Характеристические функции. Определения и свойства. Характеристические и производящие функции основных распределений. Нахождение закона распределения по характеристической функции.	2							



6. Многомерные случайные величины. Совместное распределение, частные распределения. Совместная функция и плотность распределения. Независимость случайных величин.	2							
7. Линейная зависимость между случайными величинами. Ковариация. Понятие коррелированности. Коэффициент корреляции и его свойства. Линейная регрессия двух переменных. Остаточная дисперсия.	2							
8. Распределения суммы и произведения независимых случайных величин. Свертка случайных величин. Распределения суммы и разности, произведения и частного независимых случайных величин. Примеры. Многомерное нормальное распределение	2							
9. Условные распределения. Условные распределения относительно событий. Условная функция и плотность распределения, условное математическое ожидание. Условные распределения относительно случайных величин. Функция регрессии. Линия регрессии. Корреляционное отношение. Линейная регрессия в случае многомерного нормального распределения	2							
10. Предельные теоремы. Неравенства Маркова и Чебышёва. Различные виды сходимости случайных последовательностей, их взаимосвязь. Закон больших чисел. Лемма Бореля-Кантелли. Усиленный закон больших чисел. Центральная предельная теорема.	2							

11. Моделирование случайных величин. Таблица случайных чисел. Генераторы псевдослучайных чисел. Физические и алгоритмические методы получения случайных последовательностей. Моделирование непрерывной и дискретной случайных величин. Метод Монте-Карло. Моделирование многомерных случайных величин.	2							
12. Дискретные случайные величины			2					
13. Абсолютно непрерывные распределения			2					
14. Функции случайных величин			2					
15. Числовые характеристики случайных величин			2					
16. Производящие и характеристические функции			4					
17. Зависимость. Условные распределения			2					
18. Предельные теоремы			2					
19. Контрольная работа 2			2					
20.							20	
<b>3. Случайные процессы. Основные понятия</b>								
1. Определение случайного процесса. Случайная функция, случайный процесс, случайная последовательность. Примеры случайных процессов (случайные блуждания, процесс восстановления, модель Крамера- Лундберга). Конечномерные распределения. Теорема Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений. Условия согласованности. Математическое ожидание, ковариационная функция, матрица ковариаций n-мерного случайного процесса.	2							

2. 36. Основные классы случайных процессов. Процессы стационарные в широком и узком смысле; с независимыми приращениями; марковские процессы; гауссовские процессы; винеровский и пуассоновский процессы.	2							
3. Характеристики случайного процесса			2					
4. Основные классы случайных процессов			2					
5.							10	
<b>4. Случайные процессы с дискретным временем</b>								
1. Стационарные случайные процессы с дискретным временем. Стационарные случайные последовательности, их характеристики. Теорема Герглота. Спектральное представление. Дискретный белый шум.	2							
2. Процессы авторегрессии и скользящего среднего. Условие стационарности. Общая модель АРПСС (ARIMA). Мартингалы с дискретным временем. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы. Моменты остановки, их свойства. Тождества Вальда.	2							
3. Цепи Маркова. Основные понятия, примеры. Состояния существенные, сообщающиеся. Неразложимые цепи Маркова. Состояния возвратные, нулевые, периодические. Классификация состояний в неразложимой цепи Маркова. Теорема солидарности.	2							

4. Эргодические цепи Маркова. Эргодичность и стационарные распределения. Условия существования стационарного распределения. Предельное распределение. Моделирование цепей Маркова.	2							
5. Случайные блуждания. Случайные блуждания на целочисленной прямой и в пространстве. Возвратность. Приложения блужданий. Моделирование случайных блужданий.	2							
6. Ветвящиеся процессы. Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Вероятности вырождения и предельные распределения.	2							
7. Цепи Маркова. Классификация состояний			2					
8. Эргодические цепи Маркова. Контрольная работа 5			2					
9.							10	
<b>5. Случайные процессы с непрерывным временем</b>								
1. Случайные процессы с непрерывным временем. Сходимость в среднем квадратичном. Условия существования предела, не-прерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Стохастические дифференциальные уравнения. Эргодичность. Примеры.	2							
2. Пуассоновский процесс и поток. Цепи Маркова с непрерывным временем. Приложения в теории массового обслуживания.	2							
3. Броуновское движение. Винеровский процесс, его построение и свойства. Общие гауссовские процессы. Условия существования. Свойства траекторий гауссовского процесса	2							

4. Интеграл Ито. Стохастический интеграл. Стохастический дифференциал. Формула Ито.	2							
5. Дифференцируемость и интегрируемость			2					
6. Гауссовские процессы. Винеровский процесс.			2					
7.							16	
Всего	58		46				76	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Крупкина Т. В., Гречкосеев А. К., Федоров Г. А. Математическая статистика: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
2. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 1: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
3. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 2: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
4. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 3: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
5. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 4: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
6. Крупкина Т. В., Бабеньшев С. В., Гречкосеев А. К., Кирик Е. С. Теория вероятностей и случайные процессы: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий предусматривает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Учебная и научная литература по курсу. Компьютерные демонстрации, связанные с программой курса, технические возможности для их просмотра. Наличие компьютерных программ общего назначения.
2. Операционные системы: семейства Windows (не ниже Windows XP).
3. Электронные курсы для студентов Института математики «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Случайные процессы»на сайте
4. <http://study.sfu-kras.ru>.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Аудитория должна быть оборудована современным видеопроекционным оборудованием для презентаций, вычислительной техникой, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

Лекционная аудитория (наличие меловой или маркерной доски) и аудитория для практических занятий.